Grundwissen Mathematik in Jahrgangsstufe 6 (aktualisiert 0809)

Liebe Schüler, liebe Eltern, jedes Jahr erhalten bei uns Schüler von 5.-9. Klasse diese Grundwissenskataloge mit der Bitte, diese Blätter in einem **Schnellhefter über die Jahre zu sammeln** und **damit zu arbeiten**. Sie, liebe Eltern, können hier sehen, welche Themen aus der 6. Klasse wichtig sind für die folgenden Jahrgangsstufen.

Wissen / Können

1. Rationale Zahlen

1.1 Bruchteile, Brüche

Bruchteile von Ganzen lassen sich mit Hilfe von Brüchen beschreiben,
z. B. 4 Stücke Kuchen von 12 gleichen Stücken: $\frac{4}{12}$ des Kuchens

Der **Nenner** gibt an**:** in wie viele Teile wird das Ganze zerlegt (12)
Der **Zähler** gibt an**:** wie viel Teile werden genommen (4)

Anteile lassen sich auch als **Kreisdiagramm** veranschaulichen

Anteile gibt man häufig auch in **Prozent (%)** an, dabei bedeuten
$7\,\% = \frac{7}{100}$ oder $\frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 16\%$

Bruchteil einer Größe Bsp: $\frac{2}{3}$ von 30 kg = 30 kg : 3 • 2 = 20 kg

Unechte Brüche (Zähler ist größer als Nenner) lassen sich in **gemischte Zahlen** verwandeln, z. B. $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

1.2 Bruchzahlen, Erweitern, Kürzen, Anordnen

Die Menge aller positiven und negativen Bruchzahlen bilden mit der 0 die **Menge der rationalen Zahlen** kurz **Q**

Zu jeder Bruchzahl gibt es unendlich viele Brüche z.B. $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \ldots$ alle beschreiben denselben Bruchteil und gehen durch Erweitern auseinander hervor.

Erweitern heißt, Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multiplizieren .
Bsp. : $\frac{3}{4} = \frac{3 \bullet 5}{4 \bullet 5} = \frac{15}{20}$

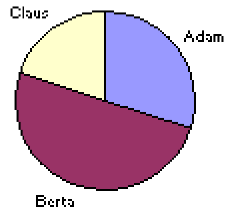
Kürzen heißt, Zähler und Nenner werden durch einen gemeinsamen Teiler dividiert. $\frac{16}{20} = \frac{16:4}{20:4} = \frac{4}{5}$ (vollständig gekürzt)

Anordnung der Bruchzahlen: Je weiter rechts eine rationale Zahl auf der Zahlengeraden ist , desto größer ist sie. z.B. $\frac{3}{7} < \frac{3}{5}$; $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{5}$

Aufgaben jeweils zu den 4 großen Themen

1) Klassensprecherwahl 6b

Kandidat	Adam	Berta	Claus	gesamt
Stimmenzahl	9	15	6	30
Anteil als Bruch	$\frac{9}{30}$			
Anteil in %	30%			100%
Winkel Kreisdiag.	108°			



Ergänze die fehlenden Zahlen in der Tabelle oben!

2) Zeichne ein Rechteck mit der Fläche A=18 cm² und schraffiere darin den Bruch $\frac{5}{6}$ Welchen Umfang hat dein Rechteck ?

3) Berechne (Zwischenschritte !!)
a) $\frac{13}{15}$ von 180 m = b) $\frac{2}{5}$ von 4,5 kg = c) 40% von 2,2 m =

4) $\frac{2}{7}$ von wie viel Gramm sind 1200 g ?

5) Kürze soweit wie möglich a) $\frac{72}{108} =$ b) $\frac{104}{156} =$

6) Von einer Klasse sind 25% im Orchester und $\frac{3}{8}$ der Klasse im Chor.
$\frac{1}{8}$ der Klasse , das sind 4 Schüler, sind im Orchester und gleichzeitig im Chor.
Wie viele Schüler sind im Chor ? Wie viele Schüler sind weder im Orchester noch im Chor?

7) Trage die Brüche $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{5}$; $-\frac{1}{4}$;$-\frac{3}{8}$; 2 auf einer Zahlengeraden ein!

1.3 Rechnen mit nicht negativen Brüchen

- **Addition/Subtraktion**

  Brüche mit verschiedenen Nennern erweitert man zuerst auf den **Hauptnenner**.

  Bsp.: $\frac{3}{11}+\frac{4}{11}=\frac{7}{11}$, $\quad \frac{7}{13}-\frac{3}{13}=\frac{4}{13} \quad \frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{3}{12}+\frac{2}{12}=\frac{5}{12}$

- **Multiplikation**

  Zähler mal Zähler , Nenner mal Nenner. Vorher kürzen!

  Bsp.: $\frac{3}{8}\cdot\frac{12}{9}=\frac{1\cdot 3}{2\cdot 3}=\frac{1}{2}$ Gemischte Zahlen vorher in unechte Brüche verwandeln!

- **Division :** Bruch : Bruch = Bruch · Kehrbruch (Vorher kürzen!)

  $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$ *Bsp.:* $\frac{3}{14}:\frac{6}{7}=\frac{3\cdot 7}{14\cdot 6}=\frac{1\cdot 1}{2\cdot 2}=\frac{1}{4}$

1.4 Dezimalzahlen

Kommazahlen wie z.B. 1,356 heißen **Dezimalzahlen.** Die Ziffern hinter dem Komma heißen **Dezimalen.**

H	**Z**	**E**	**,**	**z**	**h**	**t**
		1	**,**	**3**	**5**	**6**

z = Zehntel, h = Hundertstel, t = Tausendstel usw.

Bsp.: $0{,}04=\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$; $\quad 1{,}234=1\frac{234}{1000}=1\frac{117}{500}$

Bruchzahlen können als **Brüche** oder **Prozentzahl** oder als **Dezimalzahl** geschrieben werden.

Umwandlung: $\frac{3}{20}=3:20=0{,}15=15\%$ $\quad \frac{2}{9}=2:9=0{,}222...=0{,}\overline{2}=22{,}\overline{2}\%$

($0{,}\overline{2}$ ist eine unendlich periodische Dezimalzahl , sprich Periode 2)

1.5 Rechnen mit positiven Dezimalzahlen

- **Addition / Subtraktion** *Bsp.:* 3,76 + 4,32 = 8,08
- **Multiplikation** *z.B.: 0,2 • 0,3 = 0,06 oder 1,86 · 0,54 = 1,0044*

  Achte auf die richtige Zahl an Nachkommastellen !
- **Division** *Bsp.:* 2,56 : 1,6 = 25,6: 16 = 1,6

  Gerechnet wird mit geschickter Kommaverschiebung.

1.6 Rechnen mit negativen Zahlen

Die **Vorzeichenregeln** für die ganzen Zahlen aus Klasse 5 gelten genauso:

Beispiele:

$(+1{,}2)\cdot(+0{,}1)=+0{,}12$	$(+1{,}2):(+0{,}1)=+12$
$(-1{,}2)\cdot(+0{,}1)=-0{,}12$	$(-1{,}2):(+0{,}1)=-12$
$(-1{,}2)\cdot(-0{,}1)=+0{,}12$	$(-1{,}2):(-0{,}1)=+12$ usw.

Beachte beim Rechnen die **Vorfahrtsregeln,** benutze geschickt **Rechenvorteile** durch das **K-Gesetz oder A-Gesetz oder D-Gesetz** wie in Klasse 5 !

8) Ordne die Brüche mit < in einer Ungleichheitskette : $\frac{4}{5};\frac{3}{4};-\frac{1}{6};-\frac{1}{5}$

9) Prüfe, ob Du zuerst kürzen kannst : Bsp. $\frac{3}{10}\cdot\frac{20}{9}=\frac{1\bullet 2}{1\bullet 3}=\frac{2}{3}$

a) $\frac{11}{20}\cdot\frac{15}{44}$ b) $-\frac{13}{18}\cdot\frac{45}{52}$ c) $-\frac{14}{25}\cdot-\frac{10}{42}$ d) $\frac{14}{15}\cdot\frac{24}{35}$ e) $\left(-1\frac{3}{4}\right)^2$

10) Berechne und gib die Ergebnisse als gemischte Zahlen an (vor dem multiplizieren kürzen !!) a) $4\frac{1}{3}:20$ b) $-5\frac{5}{7}:(-15)$ c) $14\frac{4}{7}:24$

11) Verwandle die Brüche in Dezimalzahlen, wenn möglich dann in %

Bruch	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{13}{250}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{11}{8}$	$\frac{7}{4}$
Zehnerbruch	$\frac{8}{10}$							
Dezimalzahl	0,8							
In Prozent	80%							

12) Berechne a) 0,93 · 0,24 = b) 8,4 : 0,04 =

c) 1,2 : 0,08 – 1,04 = d) $\frac{3}{4}+\frac{6}{5}\cdot 0{,}55=$

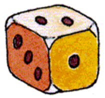
13) Berechne $[0{,}75\cdot(-0{,}8)-0{,}1\cdot 0{,}75-0{,}75\cdot(-0{,}9)]:\frac{67}{68}=$

14). Eine Wanderkarte hat einen Maßstab 1: 50000. Eine Strecke auf der Karte ist 5,5 cm lang. Wie lang ist die Strecke in der Wirklichkeit in km? !

2. Zufallsexperimente, relative Häufigkeit

Zufallsexperimente sind Vorgänge, deren Ergebnis oder Ausgang zufällig ist.
Beispiele: Werfen eines Würfels, Lotto, Glücksrad drehen

Wirft man einen Würfel 50 mal und tritt dabei die Augenzahl fünf 13 mal ein, so sagt man die **absolute Häufigkeit** der „Augenzahl fünf" ist 13,



die **relative Häufigkeit** ist $\frac{13}{50} = 26\%$

$$\text{Relative Häufigkeit} = \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}}$$

1) Wirf zwei Münzen 30 mal .
a) Stelle vor dem Werfen eine Vermutung auf, wie oft du dabei Wappen/ Wappen und Wappen / Zahl erhältst? (Die Reihenfolge soll keine Bedeutung haben.)
b) Berechne die rel. Häufigkeit in % , !

Ergebnis	Vermutung	absolute Häufigkeit (wie oft geworfen)	Rel. Häufikeit in %
Wappen/Wappen			
Wappen/Zahl			

3. Prozentrechnung, Diagramme, Schlussrechnung

3.1 Prozentrechnung

Die schon bekannte Prozentrechnung wird mit neuen Fachbegriffen dargestellt.
Der Grundwert steht für das Ganze, also 100%, **der Prozentsatz** beschreibt den Bruchteil vom Ganzen als Bruch mit Nenner 100. **Der Prozentwert** gibt an, wie viel dieser Anteil ausmacht. Beispiel:

45%	von 120 m²	sind 54 m²
p % = **Prozentsatz,**	G = **Grundwert,**	P = **Prozentwert**
Berechnung p%	**Berechnung G**	**Berechnung P**
54 m² : 120 m² = 0,45= 45%	54 m² : 0,45 = 120 m²	0,45 • 120 m² = 54 m²

Beispiele und andere Wege:

Eine Ware kostet 50,00 € und wird um 16% verteuert.	Eine Ware wird um 16% verbilligt und kostet jetzt 48,72 €
100% ↦ 50,00 €	84% ↦ 48,72 €
1% ↦50,00€ : 100 = 0,5 €	1% ↦ 48,72€ : 84 = 0,58 €
116% ↦ 0,5 € · 116 = 58,00 €	100% ↦ 0,58 € · 100 = 58€
Jetzt kostet sie 58 €.	Vorher kostete sie 58 €.

3.2 Der Zusammenhang von 2 Größen, Schlussrechnung

Im Alltag stellt man oft den **Zusammenhang zwischen 2 Größen** her, z.B. zwischen Menge und Preis einer Ware. Es gilt dabei häufig:
Verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht,... , halbiert, ...) man den Wert der einen Größe, so verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht,... , halbiert, ...) sich auch der Wert der anderen Größe. Diesen Zusammenhang nennt man
direkt proportional. *Bsp.: Liter Benzin ↦ Preis in €.*
7 l Benzin kosten 7,84 €, was würden 20 l kosten ? Zur Lösung verwendet man oft folgende 3 Schritte:

7 l ↦ 7,84 €
1 l ↦ 7,84 € : 7 = 1,12 €
20 l ↦ 1,12 € · 20 = 22,40€

Dies heißt **Dreisatz oder Schlussrechnung**

1). 24% von wie viel ha sind 3600 m²

2) Eine Autofirma erhöht die Preise für ihre Marke „Rasant" um 3,5 % . Dabei erhöht sich der Preis für dieses Fabrikat um 665 €. Wie hoch war der Preis vor der Preiserhöhung? Wie hoch ist der Preis nun?

3) Ein Kühlschrank, der bisher 640 € gekostet hatte, wurde um 6 % teurer.
a) Wie teuer ist der Kühlschrank dadurch?
b) Da die Verkaufszahlen danach jedoch stark gesunken war, will die Firma die Preiserhöhung wieder rückgängig machen. Der neue Preis wird nun auf den alten Preis von 640 € wieder heruntergesetzt. Um wie viel Prozent muss sie den neuen Preis heruntersetzen?

4) Für eine Markenjeans bekommst du 20 % Rabbat und zahlst jetzt nur 44 €.
Wie teuer war die Jeans ohne Rabbat?

5) Drei Brötchen kosten 0,75 €. Wie teuer sind 7 Brötchen ?

6) Bei einer Radtour am Kanal entlang brauchst du 2h 30 min für 45 km.
a) Welche Strecke schaffst du bei gleichem Tempo in 1 Minute?
b) Wie lange brauchst du für 9 km ?
c) Wie lang ist die Strecke 45 km auf einer Karte im Maßstab 1: 300 000?

3.3 Diagramme

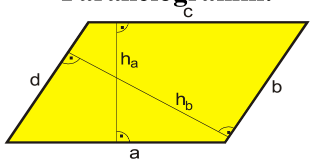
Neben Figurendiagrammen , Säulendiagrammen und Strichdiagrammen aus der 5. Klasse werden nun auch **Kreisdiagramme und Prozentstreifen** verwendet. Mit diesen Diagrammen kann man die Verteilung einer Gesamtmenge gut darstellen.

8) Ein 25 g schwerer Müsliriegel enthält 1,9 g Eiweiß, 15,1g Kohlenhydrate und 4,6g Fett. Berechne die Anteile in % und stelle die Prozentzahlen in einem Kreisdiagramm dar!

4. Geometrie

4.1. Flächeninhalt von Parallelogramm und Dreieck

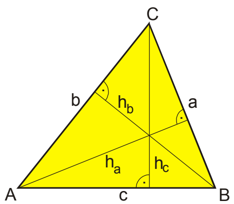
Parallelogramm:



$$\boxed{A_P = a \cdot h_a = b \cdot h_b}$$

A = Grundlinie • zugehörige Höhe

Dreieck



$$A_D = \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \tfrac{1}{2} \cdot b \cdot h_b = \tfrac{1}{2} \cdot c \cdot h_c \;;$$

A = Grundlinie • Höhe : 2

4.2. Körper und ihr Volumen

a) Volumeneinheiten sind Würfel

Hat ein Würfel die Kantenlänge,	so ist sein Volumen
1mm	$1mm^3$
1cm	$1cm^3$ = 1ml
1dm	$1dm^3$ = 1l
1m	$1m^3$

Umrechnungen

$$\mathbf{mm^3 \rightarrow cm^3 \rightarrow dm^3 \rightarrow m^3}$$

Umrechnungszahl 1000

$23\ m^3 = 23000\ dm^3$
$2{,}04\ m^3 = 2040\ dm^3 = 2040000\ cm^3$
$23\ mm^3 = 0{,}023\ cm^3$

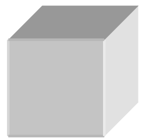
b) Das Volumen von Quader und Würfel

l =Länge, b= Breite, h= Höhe

$$\boxed{V_Q = l \cdot b \cdot h}$$

$$\boxed{V_W = s^3}$$

s = Seitenlänge

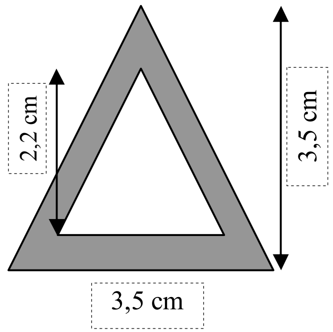


Das Volumen anderer Körper wird durch Zerlegen und Ergänzen bestimmt.

1) Zeichne 3 verschiedene Dreiecke mit dem Flächeninhalt 5 cm² und Höhe 2cm!

2) Zeichne 4 verschiedene Parallelogramme mit dem Flächeninhalt 15 cm² und Höhe 5cm! Bestimme zu jedem den Umfang!

3) Berechne den Inhalt der grauen Fläche.



4) Wandle in die in Klammern angegebene Einheit um!
a) $2\ m^3\ 245\ dm^3\ (dm^3) =$ b) $15\ dm^3\ 27\ mm^3\ (mm^3) =$ c) $2{,}1\ dm^2\ \ 8\ mm^2\ (cm^2)=$
d) $21{,}4015\ m^3$ (l) = e) 7,32 cm (mm) =

5) Berechne das Volumen eines Quaders mit l=3,1 cm, b=1,2 dm und h=3 mm!

6) Berechne die Länge eines Quaders, der 0,4 dm breit und $3\frac{1}{5}$ dm hoch ist und ein Volumen von $2{,}56\ dm^3$ besitzt.

7) Berechne das Volumen und die Oberfläche des rechts gezeichneten Körpers (Maße in cm)!